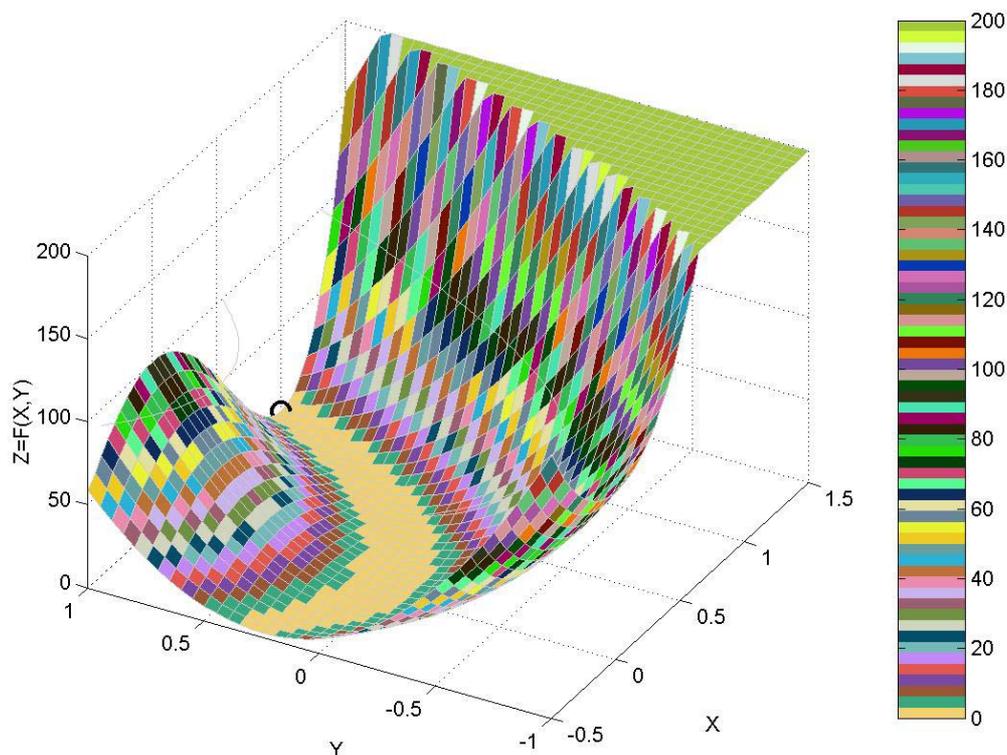


# Optimisation en Hydraulique (avec applications numériques MATLAB)

*Rachid ABABOU*

INPT-ENSEEIH

Département Hydraulique et Mécanique des Fluides



Polycopié version 2005-06 du cours « *Optimisation en hydraulique* », Module 2 (HYD512) de l'UE5, Majeure D1, 2Hy : « *Hydraulique numérique de l'environnement* ». Les documents relatifs aux projets MATLAB d'OPTIMISATION sont distribués séparément.

# SOMMAIRE

## Optimisation en Hydraulique (avec applications numériques MATLAB)

<i>N°.Section</i>	<i>Titre de la partie, le chapitre, ou la section</i>	<i>N°page</i>
Chap.0	Introduction générale - théories, méthodes, applications	p. 3
<b>1<sup>ERE</sup> PARTIE</b>	<b>OPTIMISATION NON FONCTIONNELLE (VECTORIELLE)</b>	----
Chap.1	OPTIMISATION LIBRE (NON CONTRAINTE)	p.12
Chap.2	OPTIMISATION LIEE (SOUS CONTRAINTES)	p.23
<i>Etude 1</i>	<i>BANANA : optimisation analytique de la fonction « banana »</i>	p.37
Chap.3	PROBLEMES DE MOINDRES CARRES (least squares)	p.49
Chap.4	PROGRAMMATION LINEAIRE (objectifs & contraintes linéaires)	p.67
<i>Etude 2</i>	<i>N-STATIONS : optimisation du coût de traitement de N stations</i>	p.73
<b>2<sup>EME</sup> PARTIE*</b>	<b>OPTIMISATION FONCTIONNELLE (CALCUL VARIATIONNEL)*</b>	----
Ch.0*	INTRODUCTION ET EXEMPLES DE CALCUL VARIATIONNEL	p. 84
Ch.1*	THEOREME D'EULER-LAGRANGE (démonstration heuristique)	p. 87
Ch.2*	PREMIERS PROBLEMES SIMPLES (résolus avec Euler-Lagrange)	p. 90
Ch.3*	GENERALISATIONS DU THEOREME D'EULER-LAGRANGE	p. 91
Ch.4*	QUELQUES AUTRES PROBLEMES RESOLUS (aire minimale, etc)	p. 92
<b>3<sup>EME</sup> PARTIE</b>	<b>ANNEXES ET ETUDES (VOIR TD's)</b>	----
<i>Bibliographie</i>	<i>BIBLIOGRAPHIE THEMATIQUE ET ALPHABETIQUE</i>	p.96

\*NB : le polycopié de la 2<sup>ème</sup> partie est en construction, et cette partie n'est pas traitée en salle dans la version actuelle du cours d'Optimisation en Hydraulique.

# PREAMBULE

## Optimisation en Hydraulique (avec applications numériques MATLAB)

Ce document constitue le polycopié préliminaire du cours « *Optimisation en hydraulique* », Module 2 (HYD512) de l'UE5, Majeure D1, 2Hy : « *Hydraulique numérique de l'environnement* ». Les documents relatifs aux projets d'optimisation en MATLAB sont distribués séparément. La seconde partie « Optimisation Fonctionnelle » est en construction et n'est pas traitée en salle dans la version actuelle du cours.

### Objectifs

Les objectifs du cours d'Optimisation en Hydraulique sont :

- (i) acquérir les bases de l'optimisation : variables de décision, fonction objectif, minimisation de problèmes non linéaires, problèmes de moindres carrés, minimisation sous contrainte, théorème de Kuhn-Tucker... ;
- (ii) connaître et pratiquer les techniques d'optimisation numérique : méthodes itératives de gradients ; cas des problèmes de moindres carrés ; autres méthodes numériques telles que le recuit simulé (« simulated annealing ») ; problèmes de réseaux/graphes (selon les années) ; l'outil principal de calcul est le logiciel **MATLAB** (*boîte à outil « OPTIMIZATION »*).
- (iii) prendre en main la formulation et l'application des techniques d'optimisation aux problèmes de l'hydraulique et de l'environnement, tels que : réseaux hydrauliques (problème de flot maximum) ; allocation optimale de ressources ; problèmes de pollution (stations de traitement) ; gestion optimale de réservoirs ; et calage de modèles hydrauliques ou hydrologiques.

Le cours théorique est prolongé par des projets d'optimisation sur ordinateur (TD's). De plus, selon les années, un intervenant extérieur pourra présenter une application particulière dans le domaine de l'optimisation hydraulique. Enfin, ce cours ne traite pas, sous sa forme actuelle, de la théorie du calcul variationnel ou « fonctionnel » (minimisation d'intégrales d'énergie, par exemple). Cependant, le présent polycopié contient une 2<sup>ème</sup> partie (*en construction*) qui fournit quelques éléments d'optimisation fonctionnelle par souci de complétude.

## Programme du cours

- Introduction générale : théories, méthodes, applications (exemples).
- Optimisation à N variables de décision ( $x_1, \dots, x_N$ )
  - Optimisation libre à plusieurs variables. Minimisation d'une fonction non-linéaire  $f(x_1, \dots, x_N)$  : conditions du 1er ordre et du 2nd ordre. Régression non-linéaire et calage de modèles : moindres carrés ; pseudo-inverses ; Gauss-Newton...
- Optimisation liée sous contraintes :
  - contraintes inégalités (variables d'ajustement, «slack variables»)
  - contraintes égalités (multiplicateurs de Lagrange).
  - conditions du 1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup> ordre (théorèmes de Kuhn-Tucker).
  - Exemple: traitement analytique d'un problème d'optimisation sous contraintes (celui-ci sera repris en TD machines à l'aide de MATLAB®).
  - Programmation linéaire : aperçus de la méthode du simplexe dans un cas simplifié (à 2 ou 3 variables).
- Optimisation fonctionnelle – minimisation d'intégrales (*non traitée ici*)
- Applications spécifiques sur ordinateur (MATLAB OPTIMIZATION)
  - Problème des N stations de traitement.
  - Réseaux hydrauliques (adduction d'eau potable ; assainissement ; ...) : un problème de flot maximum.
  - Exemple de régression non linéaire : calcul de l'évolution de la surpression dans le cadre d'une modélisation du souffle de l'explosion de l'usine AZF à Toulouse en 2001 (modèle d'explosion forte)
  - Application d'une méthode de gradient à un problème de minimisation non linéaire ou de calage de modèle par moindres carrés
  - Application de la méthode du recuit simulé (simulated annealing)...

## Bibliographie

- RAO S.S.: Engineering Optimization (Theory and Practice)...
- TAHA H.A.: Operations Research, 2<sup>nd</sup> edition, Collier-McMilan
- LUENBERGER D.G.: Linear and Nonlinear Programming.
- MATLAB® Optimization Toolbox
- PRESS, FLANNERY, et al.: "Numerical Recipes". Cambridge.

ainsi que :

- ABABOU R. : site web <http://rachid.ababou.free.fr>
- ABABOU R., W. BERGEZ : « Initiation à MATLAB (Calcul et visualisation) » (*polycopié N7*)
- ABABOU R.: «Optimisation en Hydraulique» (*ce polycopié N7*)